
1. LA NATURALESA DE LA LLUM

Jesús Navarro*

1.1. INTRODUCCIÓ

Totes les societats i civilitzacions s'han preguntat segurament què és la llum, i com és de suposar, les respostes han estat molt diverses. Per exemple, la resposta podia ser mitològica, tal com feien els antics egipcis, que consideraven la llum com la deessa Maat, filla del déu Ra, el Sol. O també la resposta podia basar-se en els que ara podríem dir *constituents de la matèria*, que pels antics grecs eren quatre: terra, foc, aire i aigua. Així, certs pensadors consideraven que el foc seria llum en estat pur.

L'objectiu d'aquest seminari és donar a conèixer les idees de la física actual sobre la naturalesa de la llum. Per tal de fer-ho d'una manera divulgativa, he triat seguir una exposició històrica, que forçosament serà esquemàtica i també esbiaixada, puix que presentaré les coses des de la perspectiva actual. S'ha d'ésser conscient que moltes coses que ara ens semblen evidents o intuïtives, han patit en el seu moment grans dificultats conceptuals, i a l'inrevés, conceptes importants per a científics del passat poden no tenir interès en la perspectiva actual. El fil de l'evolució històrica serà ací bàsicament un recurs didàctic i no faré, doncs, un seminari d'història de la física o de l'òptica. Consideraré algunes preguntes que s'han plantejat al llarg de la història sobre la llum, així com els raonaments i els experiments que s'han fet per respondre-les i que han dut a plantejar noves preguntes, com ja veurem.

* Institut de Física Corpuscular (IFIC). Centre Mixt CSIC. Universitat de València.

Començaré per descriure alguns fenòmens que ha d'explicar qualsevol teoria sobre la llum: reflexió, refracció i difracció. Així veurem com s'ha anat plantejant el debat sobre la naturalesa de la llum fins al segle XVII. Després descriuré les teories corpuscular de Newton i ondulatòria de Huygens, sobre la llum. Aquest fou el debat central sobre la naturalesa de la llum, que al llarg del segle XIX es va decantar per la teoria ondulatòria, ja que es considerava la llum una ona electromagnètica. Finalment, descriuré les idees actuals sobre la llum: hom parla d'una dualitat ona/corpuscle. En el que aparentment no és més que una síntesi s'amaga un concepte més profund, compartit per molts altres objectes i descrit per la física quàntica d'una manera satisfactòria fins ara.

1.1.1. La reflexió i la refracció

Tal com està indicat en la figura 1, quan un raig de llum arriba a la superfície de separació de dos medis transparents, part de la llum es reflecteix i part de la llum travessa la superfície, desviant-se respecte de la seua direcció. Hom parla de *reflexió* i *refracció*, respecti-

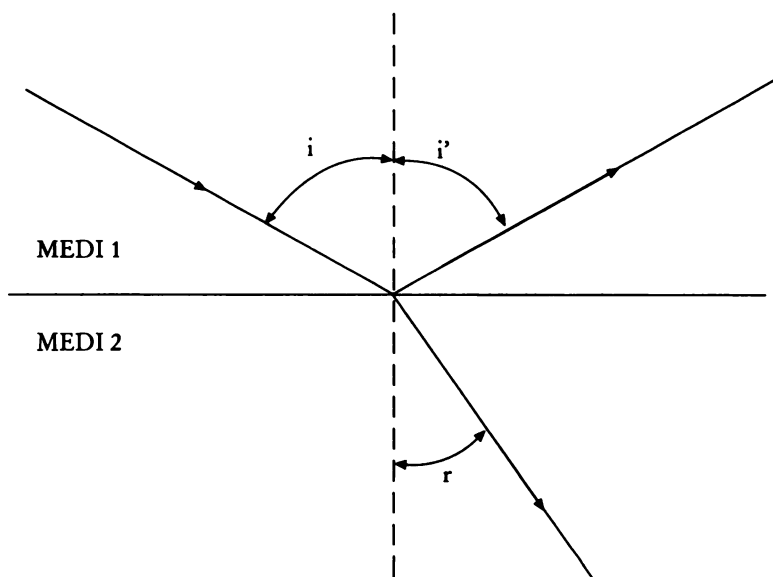


FIGURA 1. La reflexió i la refracció de la llum.

vament. En el cas d'un espill només hi ha reflexió. Segons siguen els medis considerats, el raig refractat s'acosta o se separa de la normal a la superfície en el punt d'incidència. Comencem per plantejar una pregunta que no té, sembla, res a veure amb la naturalesa de la llum: quina relació matemàtica existeix entre els angles d'incidència i , de reflexió i' i de refracció r ?

La relació matemàtica entre angles va ser trobada de manera empírica. Euclides (segle III aC) va escriure un llibre, *L'òptica i la catòptrica*, que és el més antic conegut sobre l'òptica. Hi afirma que la llum es propaga en línia recta, parla de *raigs visuals*, i pel que fa al nostre problema, assenyala que en tota reflexió s'acompleix la igualtat entre els angles de reflexió i d'incidència. Aquesta és la llei de la reflexió, i amb el seu ajut Euclides va abordar problemes més complicats com ara la reflexió per miralls amb superfícies corbes.

Als segles X i XI els àrabs havien fet progressos en molts dominis. En el que ara és l'Irak, Alhazen (965-1039) es va ocupar de problemes d'òptica, i els seus treballs foren els més estudiats a les societats cristianes de l'edat mitjana. Alhazen donà, sense cap justificació, una interpretació de la reflexió i la refracció que pot sorprendre pel seu caràcter «modern». En el moviment de la llum distingia dues components: una horitzontal, paral·lela a l'espill o a la superfície de separació de dos medis transparents, i una vertical, perpendicular a la superfície. La component horitzontal, afirma Alhazen, té la propietat de no modificar-se mai, ni en la reflexió ni en la refracció. La reflexió es produeix per un xoc entre la llum i l'espill i aleshores la component vertical canvia simplement de direcció. D'ací es dedueix, per simples consideracions geomètriques, la llei de la reflexió: l'angle de reflexió és igual a l'angle d'incidència. Observem que l'explicació de l'observació empírica s'ha traslladat a l'explicació del comportament de les dues components suposades a la llum. En el cas d'una substància transparent, la llum hi penetra i, segons el tipus de substància, pot accelerar-se (augmentant la component vertical, en el qual cas $r < i$) o pot frenar-se (disminuint la component vertical, i aleshores $r > i$). En conseqüència, segons aquestes hipòtesis, la velocitat de la llum en el segon medi transparent augmentaria respecte del primer si $r < i$, o disminuiria si $r > i$.

Witelo (1230-1300) estudià quantitativament la refracció: va construir unes taules relacionant les mesures dels angles d'incidència i de refracció en aire, aigua i vidre. Cal dir que al segle XIII ja es fabricaven lents de vidre per a persones grans, així que conèixer les

relacions entre angles d'incidència i de refracció era també una qüestió d'importància pràctica. De fet, les taules de Witelo van ser utilitzades durant un quants segles pels fabricants de lents. La llei de la refracció va ser trobada per Snell (1580-1626), que va morir sense publicar els seus resultats. Descartes (1569-1650) publicà el 1637 el seu llibre *La diòptrica*, on apareix per primera vegada la llei de la refracció (sense fer, però, cap referència a Snell), que es pot formular així: quan la llum passa per dos medis transparents, els angles d'incidència i de refracció són tals que el quocient entre els seus sinus és sempre igual a una constant. Matemàticament, i amb la notació de la figura 1, s'escriu $\sin i / \sin r = n$, on n és l'índex de refracció del segon medi respecte del primer. Convé definir una quantitat per a cada medi, que s'anomena *índex de refracció*, i l'índex relatiu s'escriurà $n = n_2/n_1$. Actualment, l'índex de refracció d'un medi es defineix com el quocient entre les velocitats de la llum en el buit i en el medi.

Una vegada trobades empíricament les relacions entre angles, s'ha d'intentar explicar la relació entre l'índex de refracció amb les propietats físiques del medi, com ara la seua densitat o la velocitat de propagació de la llum al medi, etc. Descartes es proposà deduir aquestes relacions a partir de la naturalesa física de la llum. La seua descripció és complicada i requereix d'una substància, que va anomenar *l'aire subtil*, formada per esferes petitíssimes, invisibles, totes idèntiques, que ho omplien tot. Com que es considerava que no hi ha buit, els espais entre esferes estarien ocupats per petits fragments dels altres elements. Per Descartes, la llum no seria més que una variació de pressió a través de l'aire subtil, que es transmet amb una velocitat infinita (ell deia que «no pren temps en el seu passatge»). Descartes comparà la reflexió al rebot d'una bala sobre un mur i la refracció al pas d'un projectil a través d'una tela tensada. Com més resistència trobe, més se separarà de la normal. Va deduir, per tant, que l'aire oposa més resistència al pas de la llum que el vidre o l'aigua.

Fermat (1601-1665), però, pensava que és absurd dir que l'aire oposa més resistència que l'aigua o el vidre al pas de la llum. Es proposà deduir la llei de la refracció a partir del que actualment, i convenientment modificat, s'anomena *principi de Fermat*: «La llum segueix un camí òptic tal, que pren el mínim temps en el seu trajecte». Per *camí òptic* s'entén el producte del camí geomètric en un medi pel seu índex de refracció, i és de destacar la fita conceptual que re-

presenta. A partir d'aquest principi, Fermat va poder deduir que la llei de la refracció es verifica si s'admet que l'índex de refracció siga inversament proporcional a la velocitat de la llum, que naturalment haurà de ser finita. En la seua època, aquest resultat no va ser acceptat per raons diverses. Una raó va ser la formulació quasi teològica del seu principi; una altra, que suposava que la velocitat de la llum era finita, en contra del que s'admetia generalment a l'època.

1.1.2. *La velocitat de la llum*

Com podem saber si la velocitat de la llum és finita o infinita? Galileu (1564-1642) va suggerir un procediment per mesurar-la. Imaginem dues persones que se situen a certa distància durant la nit. En un moment, una d'elles encén un llum i simultàniament engega un cronòmetre. Quan l'altra persona observa la llum de la primera, n'encén un altre. La primera persona para el seu cronòmetre quan veu la llum de la segona. Havent mesurat la distància entre les dues persones, hom pot deduir la velocitat de la llum. Els resultats eren (són) compatibles amb una velocitat infinita.

Descartes va idear altre mètode basat en l'observació dels eclipsis de la Lluna. Si la llum tardara un cert temps Δt en viatjar de la Terra a la Lluna, un eclipsi s'observaria amb un retard $2\Delta t$ a partir del moment de la conjunció Sol-Terra-Lluna, puix que en el moment de la conjunció encara hi ha llum viatjant cap a la Lluna i que es reflecteix cap a la Terra. Descartes conclou que, no havent-se observat cap retard, la velocitat de la llum ha d'ésser infinita.

En 1676, Römer (1644-1710) tingué la idea d'observar els eclipsis dels satèl·lits de Júpiter, en els quals intervenen distàncies més grans. Si la velocitat de la llum és finita, s'observarà una diferència en la durada dels eclipsis dels satèl·lits de Júpiter, segons siga la distància entre la Terra i Júpiter. A partir de les diferències mesurades obtingué una velocitat de 215.000 km/s, que encara que siga finita és una velocitat enorme: la llum necessita unes centmil·lèsimes de segon per recórrer un kilòmetre, o un segon per recórrer la distància Terra-Lluna. Aquests temps no podien ser apreciats per Galileu o per Descartes (i difícilment poden ser observats actualment) i per això els seus procediments conduïxen a resultats compatibles amb una velocitat de la llum infinita. Recordem que el valor de la velocitat de la llum en el buit mesurat actualment és de

Llum i color

300.000 km/s. Ja veurem més tard la importància de la mesura de la velocitat de la llum per decidir sobre la seua naturalesa.

1.1.3. *La difracció*

Grimaldi (1618-1663) es va proposar estudiar la naturalesa de la llum amb la lloable intenció de no «tenir en compte l'autoritat dels mestres, però multiplicant els experiments i interpretant-los». Va començar per considerar si la propagació de la llum és o no rectilínia. Utilitzava la llum que entrava en una habitació a través d'un petit forat fet en la finestra. Col·locava diversos objectes al pas del feix de llum i observava l'ombra projectada en una pantalla. L'ombra no és neta sinó que, com a resultat de les mides finites del forat i de l'objecte, apareix una penombra, resultat d'una projecció geomètrica. Aleshores Grimaldi tingué la idea de fer un forat petitíssim i d'analitzar l'ombra d'un cabell. El que observà era completament nou: l'ombra del cabell no està ni perfectament definida, ni rodejada de penombra, sinó que està limitada per franges de colors.

Grimaldi varià les condicions de l'experiment i obtingué figures invariables de qualsevol objecte opac col·locat al feix de llum. Tan sols quan l'objecte era molt gran no observava franges. Grimaldi anomenà *difracció* a aquest nou fenomen. De fet, no cal col·locar cap objecte per produir difracció: un forat o una esclatxa il·luminats donen lloc a una projecció en una pantalla que no respon a la seua projecció geomètrica, sinó que apareixen franges, tal com s'il·lustra en la figura 2 pel cas d'un forat il·luminat.

1.2. ONA O CORPUSCLE?

Respecte a la naturalesa de la llum, bàsicament són dues les concepcions que entren en joc al llarg de la història: ones i corpuscles. Els antics pitagòrics afirmaven que els elements estan formats per partícules amb formes geomètriques regulars, i a la partícula de foc (i per tant, a la de la llum) li atribuïen la forma d'un tetràedre. Els atomistes clàssics deien que els elements estan formats per àtoms en el buit, i consideraven que l'àtom de foc és esfèric. Aristòtil (384-322 aC) donà una descripció quasi ondulatoria de la

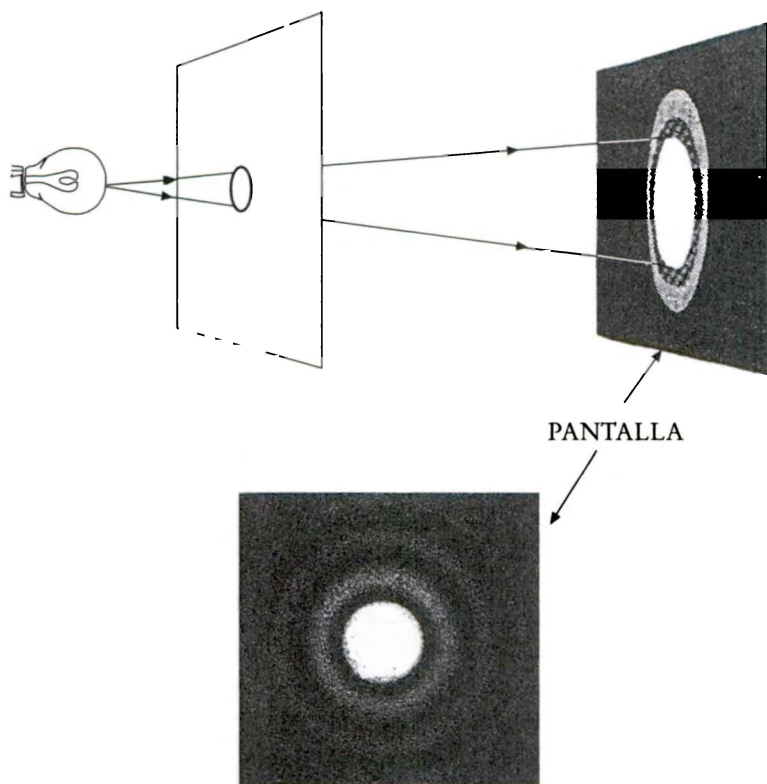


FIGURA 2. Difracció d'un forat.

llum: els objectes lluminosos vibren i fan vibrar un medi indefinit (el *diàfan*) entre l'objecte i l'ull, que provoca el moviment d'humors presents en l'ull. Alhazen (965-1039) sembla pensar en termes de partícules quan descriu la reflexió i la refracció. Grosseteste (1168-1253) o Bacon (1214-1284), seguint Aristòtil, pensen en la llum en termes d'ones. Al segle XVII, Descartes parla de *partícules*, mentre que Galileu (1564-1642) o Hooke (1635-1703) semblen preferir el terme *ones*. Però totes aquestes afirmacions, creences o intuïcions no estan sostingudes per cap teoria que expliqui els experiments i a partir de la qual es puguin deduir fets contrastables. D'això s'encarregaran Newton (1642-1727) i Huygens (1629-1695), que plantejaran el debat ona/partícula en termes de la ciència moderna.

1.2.1. *Característiques de partícules i d'ones*

Hi ha dos conceptes bàsics que la física utilitza per descriure els fenòmens: *partícules* i *ones*. Com a exemple de partícula, podem pensar en una pedra. Una pedra ocupa sempre una regió específica de l'espai, i encara que la llancem, mai no omplirà tot l'espai. En el seu moviment, hi ha matèria que es desplaça. La trajectòria que segueix la pedra es pot deduir si es coneixen les forces que hi actuen, així com la seua posició i velocitat en un instant determinat (tal és el contingut de l'anomenada *segona llei de Newton* de la dinàmica). Com a exemple d'ones, podem pensar en les que es produeixen en la superfície de l'aigua quan es deixen caure gotes contínuament. Al cap d'una estona, les ones ocupen tot l'espai disponible en qualsevol instant. Les partícules fan, doncs, referència a un fenomen localitzat, mentre que les ones són un fenomen deslocalitzat. En el cas que considerem, les gotes d'aigua pertorben el punt de la superfície sobre el qual cauen, i aquesta pertorbació es propaga a tots els punts: observem cercles concèntrics de punts que estan en el mateix estat de pertorbació. Però en aquesta propagació no hi ha cap transport de matèria. N'hi ha prou amb l'observació d'un suro flotant en l'aigua: encara que es propaguen ones, el suro queda sempre en la mateixa posició. Conèixer com es propaga la pertorbació (o com es propaga el moviment ondulatori) és tècnicament més complicat que en el cas d'una partícula, i depèn, entre altres factors, del tipus d'ona considerada. El que és important de saber ací és que la velocitat de propagació de les ones en un medi, depèn de la densitat i de les propietats elàstiques del medi.

1.2.2. *La teoria corpuscular de Newton*

Newton parteix d'un postulat inicial: suposa que la llum està formada per corpuscles que es propaguen a una velocitat enorme. Com que la llum pot travessar gasos, líquids i sòlids transparents, dedueix que tots els cossos, qualsevol que siga el seu estat, estan formats per parts disjunctes, que s'atrauen per gravetat. La trajectòria rectilínia de la llum s'explica per la simple inèrcia dels seus corpuscles. Vegem ara com Newton explicava les lleis de la reflexió i de la refracció amb aquest postulat.

La reflexió és el resultat d'un rebot en arribar la llum a la superfície de separació de dos medis. Hi ha una força, dita *refringent*,

uniformement repartida per la superfície, que actua sobre els corpuscles de la llum sense necessitat de tocar-los, i que és perpendicular a la superfície de separació. La mateixa força és responsable de la reflexió i de la refracció. Tot és ara qüestió de fer un càlcul. En una regió centrada en la superfície i d'un cert gruix, actuarà eixa força constant, tal com s'indica en la figura 3, on es mostren les condicions del càlcul pel cas de la refracció. La llum incident descriu una trajectòria rectilínia en les regions 1 i 2, puix que els corpuscles no s'hi veuen sotmesos a cap força. En la regió ombrejada la trajectòria és parabòlica, com a resultat de la força constant (igual que la trajectòria seguida per un objecte llançat sobre la superfície de la Terra, a causa de l'acció de la força de la gravetat, que és constant en la superfície). La regió d'actuació de la força refringent ha de tenir un gruix molt petit, perquè en l'observació tenim la impressió que el raig es trenca en un punt. El càlcul mostra que el quocient $\sin i / \sin r$ és igual a una constant que depèn dels efectes de la força, que al seu torn dependrà de les propietats dels medis. Queda així deduïda la llei de la refracció, a partir d'unes hipòtesis generals.

Si la força refringent s'oposa al moviment dels corpuscles, el raig se separa de la normal, i la velocitat dels corpuscles serà menor en el segon medi que en el primer. Per contra, si la força refringent

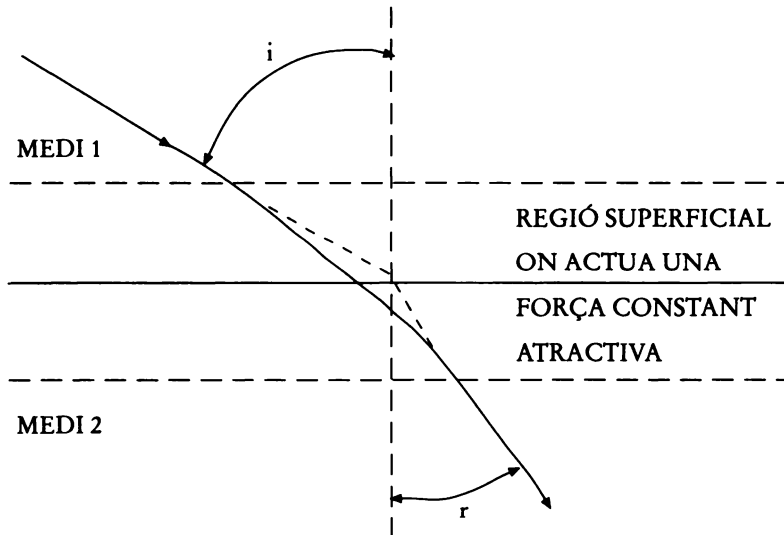


FIGURA 3. La refracció segons Newton.

va en el sentit del moviment, la velocitat serà major i el raig s'acostarà a la normal. Per tant, segons la teoria corpuscular, la velocitat de la llum és necessàriament més gran en el vidre que en l'aire, on al seu torn és major que en el buit. Aquestes conclusions semblen donar la raó a Descartes i refutar Fermat. Finalment, si la força refringent s'oposa al moviment i és prou gran, pot impedir als corpuscles de llum travessar la superfície de separació i aleshores tenim la reflexió sense refracció.

Newton va analitzar també altres aspectes de la llum: va estudiar els colors produïts amb llum solar incident sobre un prisma i va demostrar que la llum blanca està formada per diferents colors. Aquesta descomposició de la llum blanca en colors és la que es produeix, per exemple, en les gotes d'aigua en l'atmosfera i la que origina l'arc de Sant Martí. Segons Newton, a cada u dels colors de la llum li correspon un corpuscle diferent. Com que la força refringent és la mateixa i els corpuscles són desviats de forma diferent per un prisma, els corpuscles han de tenir masses diferents: la massa major és la dels corpuscles vermells i la menor, la dels corpuscles violeta. Així pot explicar, al menys qualitativament, el fenomen de la difracció. La força refringent actua en les proximitats dels cossos. Què passa quan la llum arriba tangencialment a un objecte com un cabell? Que els corpuscles patiran una desviació tant més gran com més a prop passen del cabell. Però la desviació depèn de la massa, i serà tant major com menor siga aquesta. En conseqüència, s'hauran d'observar franges de color en tot límit de l'ombra d'un objecte il·luminat.

Per explicar que tota refracció s'acompanya sovint d'una reflexió parcial, Newton va haver de postular l'existència de l'èter. El raonament en esquema seria el següent: estudiant la formació de colors en bombolles de sabó i en lents planoconvexes, Newton va observar que la formació de colors depèn només del gruix travessat (més exactament, del camí òptic, tal com el va definir Fermat) i que la tonalitat que apareix per un gruix determinat es torna a trobar en gruixos múltiples del primer. En la figura 4 es mostra un esquema amb la formació dels anells en una lent planoconvexa. Existeix, per tant, una periodicitat en la llum, característica per a cada color, periodicitat que Newton va relacionar amb l'existència de certes vibracions. Aquestes vibracions no poden ser degudes a les parts constituents dels cossos, perquè de les propietats elàstiques dels cossos no es podria mai obtenir una velocitat tan enorme com la de

la llum. Per això va postular l'existència d'un medi, que anomenà *èter*, «incomparablement més subtil, més elàstic i més actiu que l'aire», que penetra tots els cossos i ocupa «la vasta extensió dels cels». En arribar a un medi, els corpuscles creen en l'èter contingut pel medi una ona, que es propaga més ràpidament que aquests corpuscles. Aquesta ona actua sobre els propis corpuscles i pot haver-hi oposició al moviment (la qual cosa resulta en una reflexió) o acord amb el moviment (la qual cosa resulta en una refracció). A més a més, aquesta reflexió depèn del tipus de corpuscle, i es pot explicar amb el mateix efecte la formació de colors en bombolles de sabó o en lents.

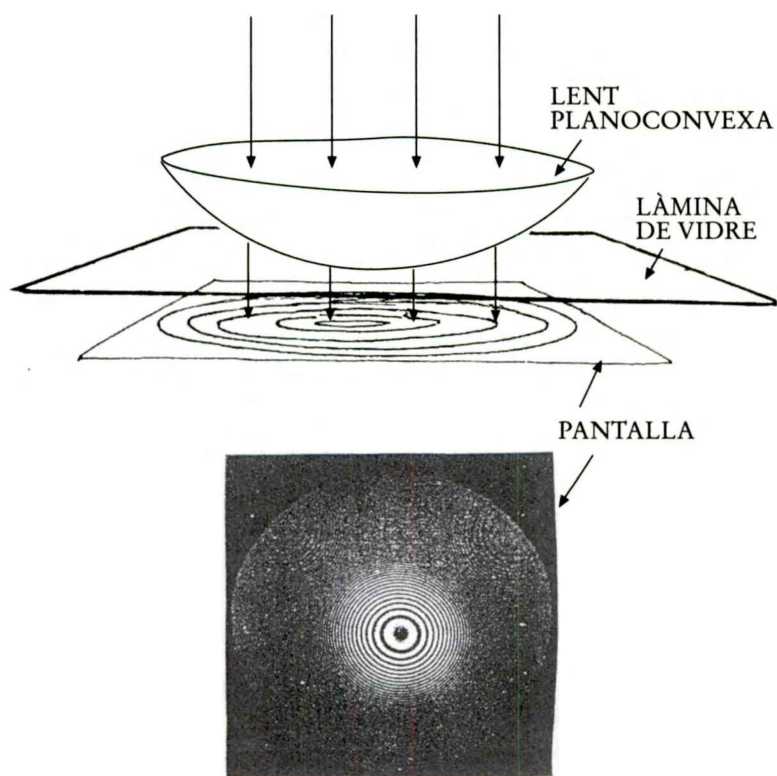


FIGURA 4. Anells de Newton.

1.2.3. La teoria ondulatòria de Huygens

Huygens considera que la teoria corpuscular de la llum no pot explicar la seua propagació rectilínia. I ho raona així. Suposem que hi ha dos fluxos de partícules seguint trajectòries rectilínies que es tallen en un punt. Hi haurà corpuscles que xocaran entre si, cosa que produirà que se separen de la trajectòria rectilínia inicial i que disminuesca el nombre de corpuscles que segueixen la trajectòria inicial. Però el que s'observa amb dos raigs de llum que es creuen és que no hi ha ni desviació ni disminució de la intensitat, contràriament al que caldria esperar amb corpuscles. Ara bé, un moviment ondulatori es caracteritza perquè no hi ha transport de matèria, i dues ones poden creuar-se sense que es modifiquen la seua propagació ni les seues intensitats. La llum seria més bé un moviment ondulatori. Una ona produeix vibracions en un medi; però quin és el medi on es propaga la llum? Huygens es va veure obligat a postular l'existència d'un èter on es propaguen ones lluminoses, i llavors hagué de demostrar que el moviment ondulatori origina una propagació rectilínia de la llum.

El raonament es prou abstracte, però queda clar seguint la figura 5, que pot fer-se amb ajut d'un compàs. Suposem que en l'instant t_0 el punt A és centre de vibracions, que s'emeten en totes les direccions amb una velocitat constant. En el instant t_1 les vibracions hauran arribat al front esfèric HI , i en el instant t_2 al front esfèric DF . Però els punts del front HI són també emissors de vibracions, i en el instant t_2 les seues vibracions hauran arribat als fronts esfèrics KL . Tots aquests fronts secundaris són tangents al front DF . Per tant, tots els punts intermedis són centres d'ones secundàries que es reforcen en la seua envolupant comuna, coincidint amb l'ona principal produïda per A . Aquest resultat es coneix ara per *principi de Huygens*. Per veure com aquest principi explica la propagació rectilínia, col·loquem ara un diafragma (part inferior de la figura 5). Cada partícula de l'èter en el front esfèric limitat pel diafragma es converteix en una font secundària de vibracions. L'envolupant comuna en l'instant t_2 està dintre del sector CE . Les ones secundàries es reforcen dintre d'aquest sector, i és menyspreable l'energia lluminosa fora d'aquest. Per tant, la intensitat lluminosa és només apreciable dintre del con amb vèrtex en A i limitat pel diafragma BG , amb la qual cosa queda justificada la propagació rectilínia, malgrat que siguen ones esfèriques les que es propaguen.

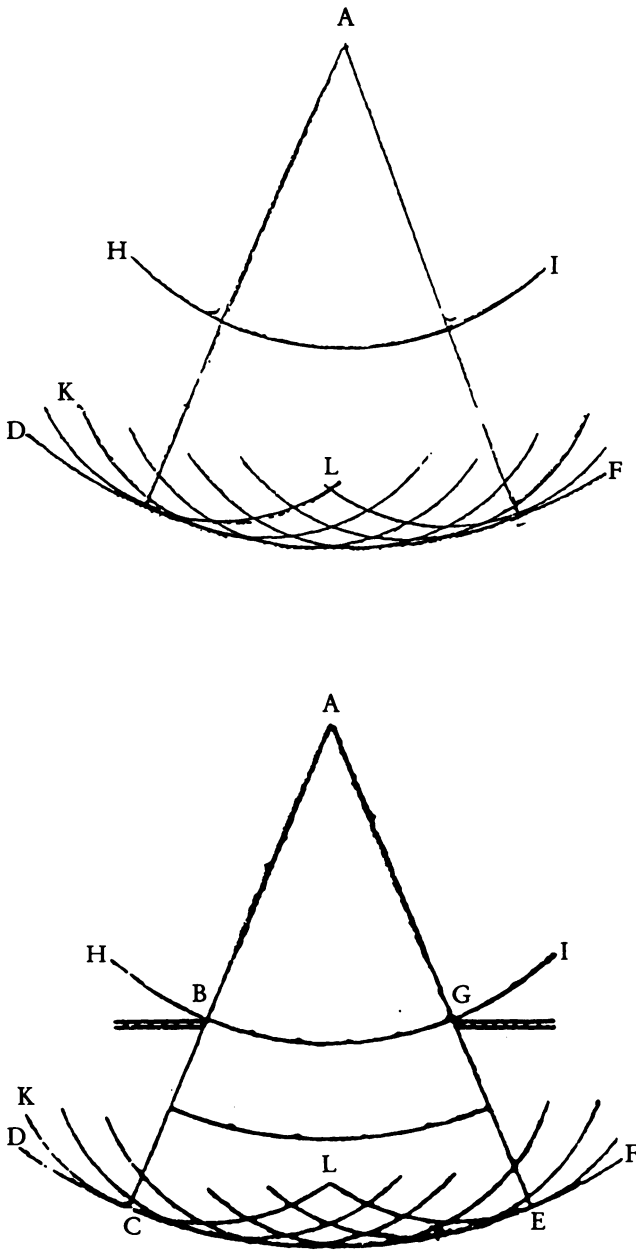


FIGURA 5. El principi de Huygens.

Huygens aplicà aquest principi per explicar les lleis de la reflexió i de la refracció. Ací ens limitarem a considerar la refracció. Ara no hi ha xocs, sinó centres de vibració. Per considerar la refracció, Huygens ha de suposar, com ho va fer Newton, que els cossos tenen una estructura discontinua i que l'èter circula lliurement entre les parts constituents dels cossos. Aleshores, les vibracions de l'èter es veuran frenades per la presència de les parts constituents, i com a conseqüència, segons la teoria ondulatoria, la velocitat de propagació de la llum en l'èter serà major que en qualsevol cos: la llum es mou més ràpidament en l'èter que en un gas, més en un gas que en un líquid, o més en un líquid que en un sòlid. La demostració de Huygens de les lleis de la reflexió i la refracció es fa també amb ajut d'un regle i un compàs. La seua expressió per la llei de la refracció és: $\sin i / \sin r = v_1 / v_2$, on v_1 i v_2 es refereixen a les velocitats de la llum en els medis 1 i 2.

1.2.4. *Amb quina teoria ens quedem?*

Hem vist que al segle XVIII hi havia dues teories alternatives sobre la llum, formulades de manera més rigorosa que les intuïcions prèvies. Ambdues teories tenen les seues deficiències o inconsistències i hi ha fets que no poden explicar. Per exemple, Huygens no té explicació per als colors i escriu que «les hipòtesis del senyor Newton són molt probables». Per la seva banda, Newton diu que ha refet certs experiments de Huygens sense trobar els mateixos resultats (posteriorment es va veure que les mesures de Newton eren errònies).

La qüestió ara és que dues teories diferents, partint d'hipòtesis diferents, poden explicar des d'un punt de vista lògic les mateixes lleis empíriques de la reflexió i la refracció. Amb quina teoria ens quedem? Hem vist que hi ha una predicció on les teories difereixen completament: segons la teoria corpuscular, la velocitat de la llum en l'èter és menor que, per exemple, en el vidre. La predicció de la teoria ondulatoria és la contrària. Existeix, per tant, un experiment *crucial* que decidirà entre totes dues: la mesura directa de la velocitat de propagació de la llum en medis diferents. Aquest experiment va trigar uns quants anys en poder ser realitzat de manera prou precisa.

1.3. ÉS UNA ONA!

Al llarg del segle XVIII i la primera meitat del segle XIX, la teoria newtoniana era la més generalitzada. Poc a poc, però, aparegueren noves observacions i nous experiments, que eren incompatibles amb les seues prediccions i que portaren a l'acceptació general de la teoria ondulatòria, encara que en termes molt diferents respecte de la formulació original de Huygens. Per exemple, com que segons la teoria corpuscular la dispersió és directament proporcional a l'índex de refracció, Newton va afirmar que seria impossible construir objectius acromàtics (que no produeixen imatges irisades), i per això va idear un telescopi amb mirall, conegut actualment per *sistema de Newton*. Euler (1707-1783) va demostrar que això no era cert, i en 1757 ja es construïren objectius acromàtics, superposant lents polides en vidres diferents i convenientment tallades.

1.3.1. Interferències amb la llum

Thomas Young (1773-1829) s'interessà en l'estudi dels colors en bombolles de sabó. Considerava empipadora l'explicació de Newton, que combina l'acció dels corpuscles amb les d'una ona (les vibracions en l'èter). Li resultava més senzill suposar que sempre hi ha reflexió: una ona lluminosa es reflectiria en la cara interior de la bombolla, una altra es reflectiria en la cara exterior, i totes dues se superposarien camí de l'ull, fent que certes vibracions pogueren anul·lar-se totalment i produir la sensació de color. En efecte, si dues vibracions idèntiques se superposen, s'anul·len quan la seua diferència de camí és igual a mitja longitud d'ona (o múltiple de mitja longitud d'ona), mentre que es reforcen si la diferència és igual a una longitud d'ona (o múltiple d'una longitud d'ona). Young anomena *interferència* a aquest fenomen de composició d'ones, i creu haver demostrat que «hom pot generar l'obscuritat superposant la llum a la llum». Tots hem observat que una taca d'oli sobre l'aigua té un aspecte irisat. Això es produeix a causa de les interferències dels diferents raigs reflectits i refractats en la capa d'oli. En la figura 6 s'il·lustra aquest fenomen. La diferència de camins òptics entre els raigs 1' i 2' és igual a la suma de les distàncies AB més BC multiplicada per l'índex de refracció de l'oli.

Llum i color

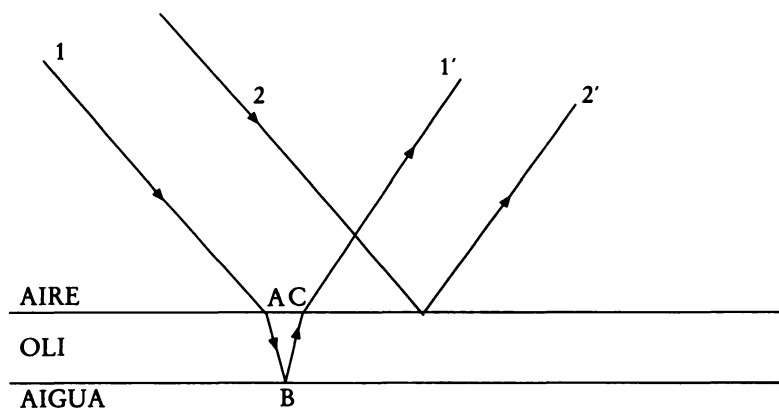


FIGURA 6. Interferències en una capa d'oli sobre aigua.

Young considera l'experiment dels anells de color amb una lent planoconvexa (el que està representat en la figura 4). Igual que Newton, col·locà aigua entre les cares del dispositiu, i va observar que els anells es comprimeixen cap al centre. Un anell correspon a un cert valor del retard entre dues ones que interfereixen. Si en introduir aigua cal un gruix menor per obtenir el mateix retard és perquè la velocitat de la llum és menor en l'aigua que en l'aire. Arribà així a la mateixa conclusió que Huygens, però per un camí diferent: la velocitat de la llum és inversament proporcional a l'índex de refracció. Finalment, Young imaginà un experiment que ningú no havia pensat abans i que ha esdevingut cèlebre amb el nom de *experiment de Young*. Hom il·lumina una pantalla que tinga una petita esclatxa. Aquest forat es comporta com una font puntual i emet un feix divergent. Col·loquem una segona pantalla amb dues petites esclatxes. Els dos feixos transmesos se superposen en una regió on s'han d'observar interferències. Young ho verifica: apareixen franges rectilínies alternativament clares i fosques allà on les esperava. Si tapa una de les esclatxes, les franges desapareixen. No hi ha contestació possible: llum més llum pot donar obscuritat. Young publicà els seus treballs en 1802 i 1804, amb no molt bona fortuna: fou o bé ignorat o bé violentament atacat, i els seus treballs no seran reconeguts fins uns anys més tard.

1.3.2. *Els treballs de Fresnel*

Fresnel (1788-1827) va arribar a donar la primera formulació matemàtica detallada de la teoria ondulatòria, amb la qual va explicar molts fenòmens òptics. L'observació de les franges de difracció el deixà convençut de la validesa de la teoria ondulatòria per explicar els fets observats. Començà a fer càlculs suposant que les vibracions lluminoses són les més senzilles possibles, és a dir, ones sinusoidals. A més a més considerà que les vibracions que interfereixen es reforcen quan estan en fase (quan la diferència de camí és igual a un múltiple de la seua longitud d'ona) i les vibracions s'anul·len quan estan en oposició de fase (quan la diferència de camí és múltiple senar de mitja longitud d'ona). Després de molts dubtes, considera que les interferències es produeixen entre les ones secundàries, generalitzant el principi de Huygens: *les vibracions d'una ona lluminosa en cada u dels seus punts són iguals a la suma de tots els moviments elementals que hi enviaria en el mateix instant, i actuant aïlladament, cada petita part d'aquesta ona, considerada en qualsevulla de les seues posicions anteriors*. A partir d'aquestes hipòtesis, va poder explicar una gran quantitat d'experiments, molt variats i precisos, sobre la difracció de la llum. L'Acadèmia de París li va atorgar un premi en 1819 per aquest treball. Un dels membres del jurat (Poisson) va deduir de les fórmules de Fresnel el que considerà un resultat absurd: il·luminant un petit disc opac segons el seu eix, s'hauria d'observar il·luminada una petita regió al voltant de la projecció del seu centre en una pantalla paral·lela, com si no hi hagués disc. Fet l'experiment, es confirmà la predicció deduïda del càlcul de Poisson. No és l'únic exemple de com un detractor acaba aportant una prova d'allò que vol negar.

1.3.3. *L'experiment crucial*

Ja hem esmentat abans l'experiment *crucial* que ha de decidir entre les teories ondulatòria i corpuscular de la llum. Es tracta de mesurar la velocitat de propagació de la llum en diferents medis i verificar on és més gran: en l'èter o en l'aigua. En 1848, Foucault (1819-1868) i Fizeau (1819-1896), independentment, realitzen aquest experiment i troben que la velocitat de la llum és inversament proporcional a l'índex de refracció, tal com prediu la teoria

ondulatòria. A partir d'ara s'abandona la teoria corpuscular, i la teoria ondulatòria de la llum esdevé la teoria *clàssica*, assumint els treballs de Young i de Fresnel. Tots els fenòmens lluminosos poden explicar-se utilitzant únicament el principi de Huygens-Fresnel.

1.3.4. Òptica i electromagnetisme

Passem ara a un altre domini de la física, el que s'ocupa de càrregues elèctriques, corrents elèctrics i imants. El que importa saber per a la nostra història és que en la primera meitat del segle XIX una sèrie d'experiments evidenciaren l'equivalència entre corrents elèctrics i imants. En 1820 Oersted (1777-1851) observà que un corrent elèctric variable pot desviar una brúixola situada en les seues proximitats. En 1820 Ampère (1775-1836) mostrà que dos fils conductors paral·lels i pròxims experimenten forces mútues quan hi passen corrents elèctrics. En 1831 Faraday (1791-1867) produí corrents elèctrics induïts en un circuit en moure adequadament un imant en les seues proximitats i també en generar variacions de corrent en un altre circuit elèctric pròxim al primer. Aquestes i altres experiències similars s'explicaren en termes de camps elèctrics i magnètics, dels quals n'hi ha prou donar ací una definició operativa. Hom diu que en una regió de l'espai existeix un camp elèctric (magnètic o gravitatori), si en col·locar-hi una càrrega elèctrica (una brúixola o una massa, respectivament) es veu sotmesa a una força. La idea darrere del concepte de camp és evitar l'acció a distància.

Maxwell (1831-1879) volia trobar una explicació general a les lleis de l'electricitat i el magnetisme. Va deduir que un camp elèctric variable en el temps genera un camp magnètic variable en el temps, que al seu torn genera un camp elèctric variable en el temps, i així successivament. Per tant, les característiques dels camps elèctrics i magnètics s'associen a la propagació d'una ona. Maxwell mostrà que l'ona electromagnètica és una ona transversal doble: una ona associada a un camp elèctric i una altra associada a un camp magnètic, totes dues perpendiculars entre si i perpendiculars a la direcció de propagació.

Per a la propagació de l'ona electromagnètica era necessari introduir un èter. Les característiques elèctriques i magnètiques de l'èter electromagnètic havien estat mesurades. Maxwell calculà la

velocitat de propagació de la pertorbació electromagnètica i trobà el mateix valor trobat per la velocitat de la llum: 300.000 km/s. Llavors Maxwell considera que «omplir l'espai d'un medi nou cada vegada que s'haja d'explicar un fenomen nou no seria un procediment molt filosòfic; al contrari, si per a l'estudi de dues branques diferents de la ciència s'arriba independentment a la hipòtesi del medi, i les propietats que s'han d'atribuir a aquest medi resulten ser de la mateixa naturalesa que les que hem d'atribuir a l'èter lluminós per explicar els fenòmens de la llum, es trobaran seriosament confirmades les nostres raons per creure en l'existència física d'un medi semblant.»

Maxwell aplicà les seues equacions de propagació d'una ona electromagnètica a diferents tipus de medis, les propietats elèctriques i magnètiques dels quals havien estat mesurades, cosa que li permetia calcular la velocitat de propagació de les ones electromagnètiques en cada medi. El resultat és que en cada medi, les velocitats de propagació de les ones electromagnètiques i de la llum són iguals. La conclusió és clara: la llum és una ona electromagnètica. El medi de propagació (èter, aire, aigua...) ja no intervé en les seues propietats mecàniques, sinó en les seues característiques elèctriques i magnètiques. Maxwell morí sense que cap de les seues conclusions fóra verificada.

En 1885 Hertz (1857-1894) va descobrir ones produïdes per una font electromagnètica. Realitzà tota una sèrie d'experiments per conèixer les seues propietats de propagació, reflexió, refracció, caràcter transversal, longitud d'ona... Es va mesurar la velocitat de propagació de les posteriorment anomenades *ones hertzianes*, i es obtenir un valor ja conegut: 300.000 km/s. Llavors, es va pensar en la teoria de Maxwell i es va verificar que els resultats trobats s'incorporen perfectament a la teoria electromagnètica. La llum és, doncs, una ona electromagnètica, formada per la propagació de dues ones, elèctrica i magnètica, perpendiculars entre si i a la direcció de propagació (és el que s'anomena una *ona transversal*).

1.4. ÉS UNA ONA I ÉS UN CORPUSCLE!!!

Sembla així que a finals del segle XIX es va cloure el debat sobre la naturalesa de la llum: la llum és una ona electromagnètica, descrita per les equacions de Maxwell. Ara veurem que les coses no són

tan senzilles. Per exemple, l'èter, el medi material on es propaguen les vibracions, ha de tenir propietats sorprenents. Ja hem mencionat que la velocitat de propagació d'una ona en un medi es relaciona amb les seues propietats elàstiques. L'èter hauria de tenir una rigidesa com la de l'acer amb una densitat d'1 mg per metre cúbic. Aquest valor tan petit de la densitat de l'èter és per una banda satisfactori (un medi tan tènue no frenaria gaire el moviment dels astres), però per una altra banda ens deixa perplexos: com és possible que un medi tan tènue siga al mateix temps tan resistent com l'acer?

1.4.1. *L'èter i la teoria de la relativitat*

L'èter hauria d'omplir uniformement l'espai, i es podria mesurar el moviment respecte de l'èter. Això tindria una conseqüència important: la possibilitat de determinar el moviment absolut. Pensem que sempre que es parla de repòs o de moviment, es fa respecte d'un sistema de referència: un objecte en repòs respecte de la Terra, es mou respecte del Sol, que a la seua vegada es mou respecte del centre de la galàxia, i així successivament. Galileu s'adonà de la impossibilitat de detectar el moviment absolut. Això es formula d'una manera més abstracta: les lleis de la física tenen la mateixa forma en tots els sistemes de referència que es moguen entre ells amb velocitat uniforme (es diuen *sistemes inercials*). Però l'èter canviaria les coses: si ompli tot l'espai de manera uniforme, el sistema de referència lligat a l'èter seria el que ens permetria distingir un moviment absolut, que seria detectat pels fenòmens electromagnètics.

Michelson (1852-1931) ideà un tipus d'experiment en el qual es mesura una quantitat directament proporcional al quadrat de v/c , on v és la velocitat suposada respecte de l'èter i c és la velocitat de la llum en l'èter. Es tracta de dividir un feix de llum en dos, fer-los recórrer camins diferents i ajuntar-los per produir interferències. Es pot utilitzar la llum provinent d'una estrella, prenent les mesures en dues ocasions, segons que la Terra s'acoste o s'allunye de l'estrella. L'experiment fou realitzat en 1881, refet per Morley en 1884 i repetit posteriorment per altres autors i en diferents condicions. El resultat és sempre el mateix: no es detecta cap moviment respecte de l'èter. Això significa que la velocitat de la llum és sempre la mateixa, independentment que ens moguem cap a la font de llum o ens n'allunyem.

En 1905, Einstein (1879-1955), que aparentment ignorava aquests experiments, va publicar un treball intítulat *Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment*, on analitzava certes deficiències de la teoria de Maxwell i suggeria solucions. Aquest treball va suposar el naixement de la teoria de la relativitat. Bàsicament, podríem resumir el seu raonament així: les equacions de Maxwell canvien quan es fa una transformació clàssica de coordenades que tinga en compte una velocitat relativa uniforme (això és el que feia pensar en la possibilitat de detectar el moviment absolut). Però sembla raonable acceptar que totes les lleis físiques hagen de ser les mateixes en sistemes de referència inercials. Si les equacions de Maxwell canvien en fer el canvi d'un sistema a un altre, possiblement això vullga dir que les transformacions utilitzades no siguen les adequades. Per tant, Einstein va postular la impossibilitat de detectar el moviment absolut, ni per medis mecànics ni per medis electromagnètics (principi de la relativitat anomenada *especial* o *restringida*). Analitzant les conseqüències del postulat, va arribar a dues conclusions: 1) S'ha de postular la invariància de la velocitat de la llum: la llum es propaga sempre en el buit amb certa velocitat c independentment de l'estat de moviment de la font lluminosa; 2) s'ha de rebutjar la idea de l'èter: l'èter esdevé superflu pel fet que la nostra concepció no fa cap ús d'un «espai absolut en repòs» dotat de propietats particulars.

L'anàlisi de la teoria de la relativitat necessitaria un altre seminari, i com és evident no ho farem ací. Ens acontentarem d'assenyalar dos aspectes. Per una banda, haurem d'admetre que la llum pot propagar-se en el buit, i les anomenades *propietats electromagnètiques* de l'èter no seran més que una mesura de la intensitat de les forces electromagnètiques en el buit. Per una altra, encara que les conseqüències de la teoria de la relativitat puguen xocar amb les nostres idees intuïtives, estan confirmades àmpliament pels resultats experimentals.

1.4.2. L'efecte fotoelèctric

No hem acabat de parlar d'Einstein. També el 1905 va publicar un treball sobre l'anomenat *efecte fotoelèctric*, que va suposar una altra revolució. Quan Hertz realitzà el seu experiment per detectar ones electromagnètiques va observar un fenomen que no va poder

explicar: una placa metàl·lica il·luminada adequadament pot emetre electrons. Aquest és l'efecte fotoelèctric, que va ser analitzat posteriorment per altres autors. El resum dels experiments és que l'emissió és tant més important com major siga la freqüència de la llum, però existeix una freqüència l·lindar, per sota de la qual no s'arranquen electrons. A més a més, independentment de la intensitat del feix, l'emissió d'electrons és instantània si la freqüència està per sobre el valor l·lindar. La teoria ondulatòria és incapaç d'explicar els fets experimentals. Els electrons estan lligats al metall, i per extreure'ls cal comunicar-los una certa energia, cosa que pot fer-se escalfant el metall (efecte termoelèctric) o il·luminant-lo. La llum transporta energia, que pot ser absorbida pels electrons. Si aquesta energia és petita, tot seria qüestió d'esperar un temps suficient perquè els electrons pogueren absorbir l'energia necessària. Tal com hem esmentat abans, això no és així: existeix una freqüència l·lindar i, quan es produeix, l'emissió és instantània. Totes dues observacions són incompatibles amb la teoria ondulatòria.

Einstein proposà una explicació en termes de corpuscles. Cal dir que al final de segle, Planck havia utilitzat una hipòtesi nova per explicar les propietats de la radiació emesa pels cossos calents. Aquesta hipòtesi fa referència al fet que les ones electromagnètiques estacionàries a l'interior d'una cavitat no tenen qualsevol valor de l'energia, sinó solament valors múltiples d'una certa quantitat mínima d'energia hf , on f és la freqüència de l'ona i h és una constant (*la constant de Planck*). El que inicialment era considerat com un artifici matemàtic per reproduir certs resultats experimentals, va ser transformat per Einstein en un postulat amb un profund significat físic: la llum de freqüència f està constituïda per corpuscles (anomenats ara *fotoons*) amb energia hf . En l'efecte fotoelèctric, un fotó pot ser absorbit per un electró, i si l'energia és superior a un cert valor l·lindar, l'electró podrà escapar del metall. En 1906, Millikan va començar una sèrie d'experiments sembla que amb la sana idea inicial de contradir aquesta hipòtesi. El que va obtenir va ser la confirmació quantitativament (i amb molta precisió) de les prediccions d'Einstein. En particular, va determinar la constant de Planck de manera independent i en un sistema completament diferent del que va fer Planck. Juntament amb els treballs de Bohr, estenent aquesta hipòtesi de quantificació a l'estudi de l'àtom, s'obrí el camí a un nou camp de la física: la descripció de les propietats del món microscòpic requereix unes noves lleis, descrites pel que s'a-

nomena *mecànica quàntica*. De nou, arribem a un punt en el qual hem de tallar, puix caldria un altre seminari per parlar dels fenòmens quàntics. Ja veiem com es complica la cosa: parlant de la llum ens hem trobat amb la relativitat i la física quàntica, els dos pilars d'allò que alguns anomenen la «física moderna».

1.4.3. *La dualitat ona/corpuscle*

Reprement la nostra història de la llum, les preguntes que ens podem fer ara són: hem fet marxa enrere?; hem d'acceptar la teoria de Newton?; com s'expliquen, doncs, els fenòmens típicament ondulatoris, com per exemple les interferències? Tractaré de donar ara una mera descripció del que passa.

Tornem a considerar l'experiment de Young amb dues esclatxes, paradigma de l'observació d'interferències. Hi ha una font, una pantalla amb dues esclatxes i una pantalla amb detectors (que són sensibles a l'energia que arriba per unitat de superfície i per unitat de temps, el que tècnicament es coneix per *intensitat*). Anem a descriure què és el que passa quan es fan una sèrie d'experiments amb partícules i amb ones, considerant tres casos, segons que obrim una de les dues esclatxes o totes dues.

A la part superior de la figura 7 es mostra el resultat en el cas de partícules (per exemple, utilitzant un canó que llança boletes). Les característiques essencials són les següents: 1) les partícules arriben d'una en una (sentim el colp) i estan localitzades (no tenim mitja partícula en un detector i mitja en un altre); 2) les partícules passen per una esclatxa o per l'altra, però no per les dues alhora (hi ha una trajectòria definida); 3) l'energia comunicada al detector és proporcional al nombre de partícules i, per tant, la intensitat amb les dues esclatxes obertes és igual a la suma de les intensitats per separat $I_1(x) + I_2(x)$. Les corbes discontinües de la figura corresponen al nombre de partícules detectades quan només s'ha obert una esclatxa, mentre que la corba contínua indica el nombre detectat quan s'han obert les dues esclatxes.

A la part inferior de la figura 7 es mostra el resultat en el cas d'ones. Per exemple, produint ones en la superfície de l'aigua, i utilitzant com a detectors una sèrie de flotadors, l'altura dels quals ens dóna una mesura de la intensitat. Les característiques essencials són les següents: 1) les ones arriben a tota la regió de detectors, amb

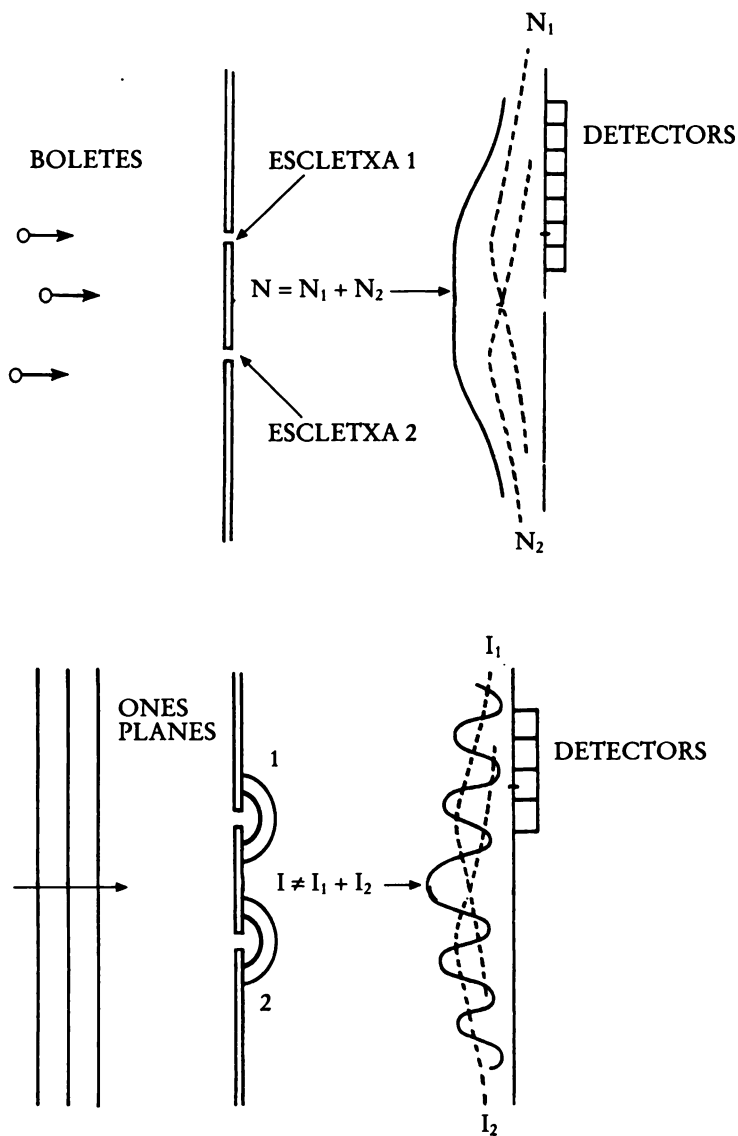


FIGURA 7. Experiment de les dues esclertes per partícules i per ones.

la qual cosa no hi ha localització; 2) les ones passen simultàniament per les dues esclatxes i no hi ha trajectòria; 3) com que la intensitat és proporcional al quadrat de l'amplitud ja no s'acompleix que la intensitat amb dues esclatxes obertes siga la suma de les intensitats per separat (el quadrat d'una suma no és igual a la suma dels quadrats). De nou, les corbes discontinües de la figura corresponen a les intensitats detectades quan només s'ha obert una esclatxa, mentre que la corba contínua indica la intensitat detectada quan s'han obert les dues esclatxes.

Veiem així que el que caracteritza les interferències és que amb dues esclatxes obertes no es té la suma de les intensitats obrint una i l'altra esclatxa per separat. Young produí interferències amb la llum, d'on es dedueix que la llum és un fenomen ondulatori. Què fem amb la hipòtesi dels fotons? Podríem pensar que les interferències amb partícules són degudes a cert tipus d'interacció entre si. Per verificar-ho podríem imaginar un experiment en el qual la intensitat de la llum es baixi a valors tan petits que puguem assegurar que en tot instant només hi ha un fotó entre la font i els detectors. Si les interferències foren degudes a interaccions entre fotons, no hauríem d'observar cap interferència. En la figura 8 es mostra el resultat d'un experiment així. Es produeixen interferències fent passar la llum per una pantalla amb moltes esclatxes. El que es representa en la figura és el que s'observa en la pantalla segons siga el temps d'exposició: el cas *a*) correspon al menor temps i el cas *f*), al major. Al principi (cas *a*), observem impactes discrets (hom estaria temptat de dir que *veu* el fotó; en realitat calen uns quants fotons per produir la imatge fotogràfica). A mesura que augmenta el temps d'exposició, apareixen més impactes que semblen repartir-se aleatòriament. Però al cap del temps (i sempre amb la mateixa intensitat petita), apareixen les típiques franges d'interferència. Per tant, les interferències no són degudes a interaccions entre fotons. Hom estaria temptat de dir que cada fotó *sap* on ha d'anar perquè apareguen franges d'interferència.

Els fotons tenen un comportament estrany, però no són els únics objectes que es comporten així. En general, tots els objectes del món microscòpic (electrons, neutrons, protons, etc.), tenen el mateix comportament estrany: tots aquests objectes interaccionen com a corpuscles i es propaguen com a ones, i per això hom parla d'un comportament dual ona/corpuscle. Segons el tipus d'experiment que es considere, es manifesta l'un o l'altre dels aspectes de la

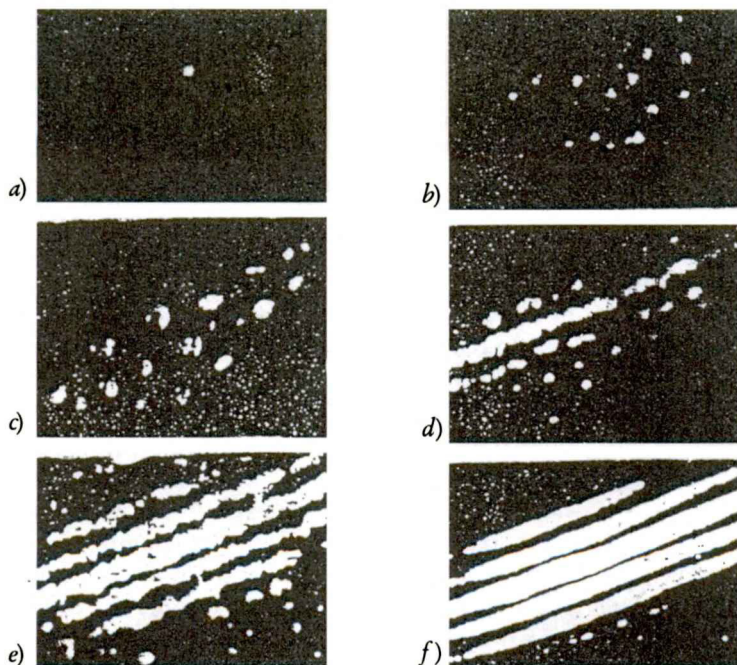


FIGURA 8. Experiment d'interferències variant la intensitat de la llum.

dualitat. La caracterització d'un d'aquests objectes es fa mitjançant el que s'anomena *funció d'ona*, que es calcula sense cap tipus d'ambigüitat amb les lleis de la mecànica quàntica, la teoria que ens permet d'explicar les propietats íntimes de la matèria.

1.5. CONCLUSIÓ

Després d'aquest llarg periple, estem ja en condicions de precisar quines són les idees de la física actual sobre la naturalesa de la llum. Observem que d'alguna manera hem hagut de passar per tots els camps de la física, encara que no haja insistit en alguns casos per no allargar massa aquesta ja llarga exposició. Finalment, arribem a dir que la llum és una ona electromagnètica, de la mateixa naturalesa que les ones de ràdio, les ones de televisió, els raigs X o la radiació gamma. Aquestes ones difereixen en la seva longitud d'ona (o

equivalentment, en l'energia o en la freqüència). El nostre ull és sensible a les ones electromagnètiques amb longituds d'ona entre unes quatre i vuit deumilionèsimes de metre (colors violat i roig, respectivament), i aquesta part de l'espectre electromagnètic s'anomena *llum visible*, evidentment. Les radiacions infraroges, les ones de televisió, de ràdio o de radar tenen longituds d'ona majors, mentre que les radiacions ultraviolades, els raigs X o les radiacions gamma tenen longituds d'ona menors que les corresponents a l'espectre visible. Per interpretar la majoria de fenòmens que observem en la vida corrent, a escala humana podríem dir-ne, és suficient aquesta descripció. L'electromagnetisme explica tots els fenòmens relacionats amb la propagació de la llum, i altres propietats que no hem considerat ací, com ara la polarització de la llum.

Hi ha, però, altres fenòmens que només poden explicar-se considerant l'aspecte corpuscular. És a dir, aquestes ones són una mica especials: també son partícules, anomenades *fotons* i per això es diu que la llum, com d'altres objectes, té un comportament dual d'ona i de partícula. Aquest és el *misteri central* de la física quàntica. Molts físics s'han mostrat insatsifets amb aquesta dualitat, i s'han preguntat si aquest comportament il·lògic no significa que encara no s'ha assolit una explicació completa. És una possibilitat, però tot el que podem dir és que la física quàntica ha superat tots els tests experimentals que s'han imaginat fins ara.

No puc evitar de pensar en Keats, el poeta romàntic anglès que recriminava a Newton perquè en explicar l'arc de Sant Martí li havia llevat la seua poesia. Al meu parer, una cosa no exclou l'altra, i espere que els lectors estiguen d'acord amb la meua opinió. Per acabar, vull agrair al professor J. Ros per la seua inesgotable paciència en llegir els successius projectes de manuscrit, així com pels seus valuosos comentaris.

